

Przedmowa

Celem niniejszej monografii jest przedstawienie metod badania, konstrukcji aparatury i algorytmów stosowanych przy rozwiązywaniu zagadnień związanych z impedancyjną tomografią komputerową ITK (ang. *Electrical Impedance Tomography*).

W pracy zostały pokazane systemy pomiarowe używane w badaniach. Przedstawiono problemy, które można napotkać się przy tworzeniu algorytmów numerycznych. Niektóre zagadnienia są szerzej zaprezentowane w celu uogólnienia przedstawianej tematyki, związane jest to między innymi z algorytmami konstrukcji obrazu.

W rozdziale 1 została zdefiniowana i przedstawiona impedancyjna tomografia komputerowa. Pokazano zalety i możliwości zastosowania ITK w różnych dziedzinach życia.

Systemy i układy pomiarowe przedstawiono w rozdziale 2. Zostały tu ujęte podstawowe informacje o układach pomiarowych, kolejne fazy rozwoju tomografu impedancyjnego w Instytucie Elektrotechniki Teoretycznej i Systemów Informatyczno-Pomiarowych Politechniki Warszawskiej oraz budowane i stosowane tomografy impedancyjne w wybranych ośrodkach naukowych na świecie.

Metoda elementów skończonych, metoda elementów nieskończonych oraz metoda elementów brzegowych zostały omówione w rozdziale 4 (w obszarach 2D i 3D). Wymienione metody wykorzystywane są m.in. do rozwiązania zagadnienia prostego w ITK.

Rozdział 4 przedstawia mechanizm tworzenia obrazu w ITK po zebraniu danych pomiarowych, rozwiązanie zagadnienia prostego oraz zagadnienia odwrotnego przy wykorzystaniu metod optymalizacyjnych.

W rozdziale 5 zostały przedstawione następujące algorytmy rekonstrukcji w impedancyjnej tomografii komputerowej: metoda wstecznej projekcji, metoda perturbacyjna, metoda warstwowa, gradientowe metody optymalizacyjne (metoda Newtona-Raphsona, metoda największego spadku, metoda gradientów sprzężonych, funkcje dzwonowe), algorytm Kaczmarza, algorytm Wexlera, metoda Monte-Carlo, algorytmy genetyczne, metoda symulowanego wyżarzania oraz sieci neuronowe.

Prezentację wyników konstrukcji obrazu dla większości opisanych algorytmów przedstawia rozdział 6.

W rozdziale 7 zostały przedstawione kierunki dalszych prac prowadzonych w zakresie ITK, aktualne badania, konferencje i kongresy związane z tomografią komputerową.

Autorzy pragną wyrazić podziękowanie Panu Profesorowi Janowi Sikorze z Politechniki Warszawskiej za inspirację, dzięki której powstała niniejsza monografia oraz za rzeczowe uwagi, które przyczyniły się do poprawienia jakości pracy. Chcielibyśmy także podziękować recenzentowi Panu Profesorowi Kazimierzowi Jakubiukowi z Politechniki Gdańskiej za przychylną wnikliwą recenzję i cenne uwagi, które wpłynęły na ostateczną edycję.

Książka powstała m.in. na bazie prac prowadzonych przy udziale doktorantów Wydziału Elektrycznego Politechniki Warszawskiej: Zbigniewa Gizy, Konrada Nity, Magdaleny Stasiak i Przemysława Berowskiego, którym składamy serdeczne podziękowania za współpracę.

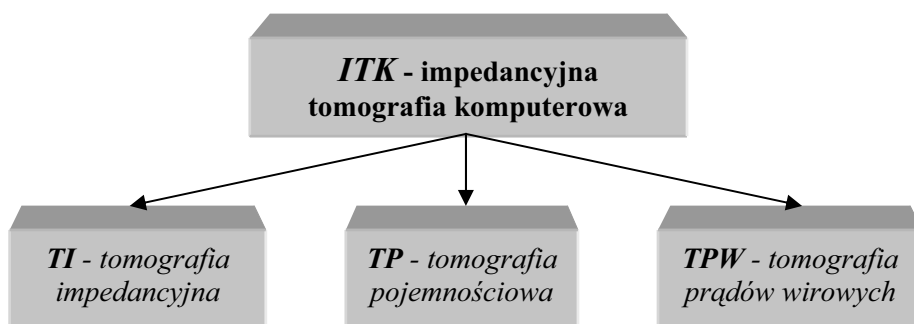
Autorzy

1. Wprowadzenie do impedancyjnej tomografii komputerowej

1.1. Wstęp do tomografii

Impedancyjna Tomografia Komputerowa (ITK) (ang. *Electrical Impedance Tomography - EIT*) jest techniką obrazowania, w której wykorzystuje się właściwości elektryczne materiałów, w tym również tkanek biologicznych. W metodzie tej badany obiekt pobudzany jest ze źródła prądowego lub napięciowego a następnie obserwuje się powstały na jego brzegu rozkład napięć. Zebrane informacje przetwarzane są za pomocą algorytmu, który konstruuje obraz badanego obiektu.

Impedancyjna tomografia komputerowa jest metodą stosunkowo nową, szybko rozwijającą się. W ostatnich latach znajduje zastosowanie w różnych dziedzinach, poczynając od przemysłu rafineryjnego, poprzez przemysł elektroniczny aż do biomedycyny. Impedancyjną tomografię komputerową można podzielić na trzy rodzaje: *tomografię impedancyjną*, *tomografię pojemnościową* oraz *tomografię prądów wirowych* (rysunek 1.1). W tabeli 1.1 zostały podane właściwości i zastosowanie poszczególnych rodzajów ITK.



Rys. 1.1. Rodzaje impedancyjnej tomografii komputerowej

Tabela 1.1. Metody impedancyjnej tomografii komputerowej

Metoda	Właściwości materiału	Zastosowanie
<i>Tomografia pojemnościowa</i>	$\sigma < 10^{-1}$ S/m $\epsilon_r \in (10^0, 10^2)$	przemysł rafineryjny, energetyczny, polimery
<i>Tomografia impedancyjna</i>	$\sigma \in (10^{-1}, 10^7)$ $\epsilon_r \in (10^0, 10^2)$	biomedycyna, geologia, półprzewodniki
<i>Tomografia magnetyczna</i>	$\sigma \in (10^2, 10^7)$ $\mu_r \in (10^0, 10^4)$	materiały magnetyczne, niektóre minerały, metale

Tomografię impedancyjną charakteryzuje stosunkowo niska rozdzielczość obrazu. Trudności z otrzymaniem wysokiej rozdzielczości wynikają przede wszystkim z ograniczonej liczby pomiarów, przepływu prądu nieliniowego przez dany ośrodek i zbyt małej wrażliwości mierzonych napięć w zależności od zmian konduktywności wewnątrz obszaru.

W badaniach medycznych zauważono, że między tkankami zdrowymi, a zmienionymi chorobowo występują różnice właściwości elektrycznych. W tabeli 1.2 podano konduktywności i przenikalności elektryczne wybranych tkanek dla dwóch częstotliwości [155]. Z porównania wynika, że różne tkanki mają inne konduktywności dla wybranych częstotliwości.

Tabela 1.2. Właściwości elektryczne wybranych tkanek

Rodzaj tkanki ludzkiej	Konduktywność [mS/m]		Przenikalność elektryczna [F/m]	
	1 kHz	100 kHz	1 kHz	100 kHz
<i>Krew</i>	649	649	-	-
<i>Tkanka mięśniowa</i>	100	350	130	9
<i>Tkanka mózgowa</i>	200	150	3	3
<i>Tkanka tłuszczowa</i>	50	-	45	-
<i>Wątroba</i>	100	200	130	16

Dotychczas opracowano kilka zastosowań klinicznych:

- w gastrokopii,
- w badaniach wentylacji płuc.

W najbliższym czasie planuje się wykorzystywać ITK również w innych dziedzinach diagnostyki medycznej jak:

- diagnostyka kobiet ciężarnych,
- badanie aktywności kory mózgowej,
- kardiografia impedancyjna,
- diagnostyka oftalmologiczna,
- badanie rozkładu temperatury wewnątrz ciała.

Nieustanny rozwój w zakresie tomografii impedancyjnej sprawia, że wkracza ona w coraz więcej dziedzin, jako użyteczny instrument badawczy. Równocześnie, prowadzi się dalsze prace badawcze, aby można było zastosować tomografię w przemyśle czy medycynie. Ponad 20 grup na całym świecie koncentruje swe działania wokół nowych rozwiązań w zakresie:

- systemów pomiarowych pozyskiwania danych,
- komputerowych algorytmów konstrukcji obrazu,
- hybrydyzacji różnych technik tomograficznych.

Rezultaty osiągnięć prezentowane są na różnych konferencjach i sympozjach poświęconych zastosowaniom ITK w przemyśle oraz medycynie. Poniżej zostały przedstawione przykładowe dziedziny wiedzy, w których z powodzeniem zastosowano aplikacje tomografii impedancyjnej.

Impedancyjna tomografia komputerowa znalazła również zastosowania poza medyczne, np. w:

- defektoskopii wiroprądowej,
- wykrywaniu i kontroli laminarnych i turbulentychnych przepływów cieczy w kanałach zamkniętych (głównie przemysł rafineryjny),
- badaniu stanu pni drzew (właściwości elektryczne zdrowego i przemarzniętego pnia drzewa są różne),
- archeologii i geofizyce (skażenie wód gruntowych),
- przemyśle hutniczym.

Zaletami impedancyjnej tomografii komputerowej są:

- nieinwazyjne i nieniszczące badanie danego obiektu,
- możliwość obrazowania małych zmian konduktywności,
- niskie koszty urządzenia pomiarowego i jego eksploatacji,
- możliwość przenoszenia aparatury.

1.2. Układy pomiarowe

Opracowano dwie metody pozyskiwania informacji potrzebnych do budowy obrazu. Pierwsza z nich opracowana przez Barbera i Browna z uniwersytetu w Sheffield polega na równomiernym rozmieszczeniu wokół badanego ciała 16 elektrod [106, 155]. Za pomocą pojedynczego generatora doprowadzone jest zasilanie do dwóch elektrod, natomiast na pozostałych elektrodach mierzone jest napięcie. Następnie napięcie podawane jest na kolejne elektrody i cykl pomiarowy zostaje powtórzony. Zaletą tej metody jest prosta konstrukcja i łatwy sposób akwizycji danych, wadą natomiast jest to, że nie można odwzorować bezwzględnych wartości parametrów elektrycznych, a jedynie zmiany tych parametrów. Pomimo to, metoda ta znalazła zastosowanie w gastroskopii do badania prędkości opróżniania treści żołądkowych, przepływu krwi w tułowiu, w głowie lub w ramieniu. Zespół inżynierów z Rensselaner Polytechnic Institute opracował układ 32 lub 64 elektrod [64], w których każdy ma swój własny programowany generator. Mimo większego stopnia skomplikowania w stosunku do pierwszego rozwiązania, uzyskano lepszy stosunek sygnału niosącego informacje do szumu oraz zmniejszenie wrażliwości na niedokładność położenia elektrod pomiarowych wokół badanego obiektu. Dzięki temu możliwe stały się badania tułowia oraz obserwacje zmian nowotworowych w piersiach.

W ITK rozwiązanie **zagadnienia prostego** (ang. *forward problem*) polega na wyznaczeniu rozkładu potencjału wewnątrz obiektu, przy zadanych warunkach brzegowych i danych dotyczących rozpatrywanego obiektu.

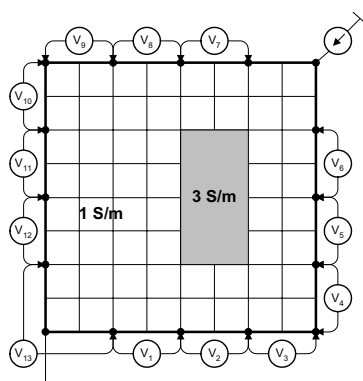
Z matematycznego punktu widzenia impedancyjna tomografia komputerowa należy także do zagadnień odwrotnych pola elektromagnetycznego. **Zagadnieniem odwrotnym pola elektromagnetycznego** (ang. *inverse problem*) nazywamy proces identyfikacji, optymalizacji, bądź syntezy, w którym zmierza się do wyznaczenia parametrów opisujących dane pole, na podstawie posiadania niektórych informacji charakterystycznych dla tego pola. Zagadnienia odwrotne są trudne do analizy. Z reguły nie mają jednoznacznych rozwiązań i są źle uwarunkowane. Przyczyną tego

jest często zbyt mała lub zbyt duża liczba informacji, które czasem są ze sobą sprzeczne bądź liniowo zależne.

Numeryczną analizę problemu przeprowadza się z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES). Jest to obecnie najbardziej efektywna metoda numeryczna służąca do przybliżonego rozwiązania płaskich i przestrzennych zagadnień polowych o skomplikowanej geometrii, w których ośrodek może wykazywać cechy niejednorodności prądów, konduktywności, itd. Większość obecnie stosowanych algorytmów rekonstrukcji obrazu wykorzystuje tę właśnie metodę. W zależności od geometrii obszaru, przeważa tendencja do użycia izoparametrycznych elementów skończonych trójkątnych lub czworokątnych.

W obszarze 2D do symulacji komputerowej wykorzystuje się model zaproponowany przez Yorkey'a. [204] Jest to dwuwymiarowy obszar prostokątny, którego konduktywność tła wynosi 1 S/m, z umieszczonym wewnątrz obiektem o konduktywności równej 3 S/m. Stosunek niejednorodności wynosi zatem 1:3. Wewnątrz obszaru wygenerowano regularną sieć elementów skończonych. W wyniku tego procesu otrzymano obszar złożony z prostokątów (w szczególnym przypadku kwadratów) elementów o stosunkowo niewielkich rozmiarach. Liczba wszystkich węzłów sieci dyskretyzującej obszar jest równa liczbie węzłów leżących na brzegu sieci podniesionych do kwadratu. W jednakowych odstępach dookoła obszaru rozlokowano $n=16$ elektrod. Ich liczba uwarunkowana jest względami praktycznymi i sposobem akwizycji danych. Do dwóch (rozieszczonych biegunowo lub sąsiednich) elektrod dołączane jest źródło pobudzające. Pozostałe elektrody służą do pomiarów napięcia na brzegu obszaru.

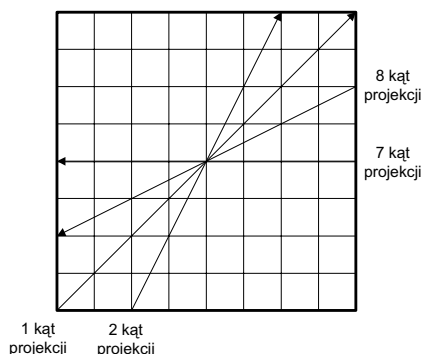
Na rysunku 1.2 został przedstawiony model układu, z dołączonym obwodem zasilającym i układem woltomierzy do pomiaru napięć między elektrodami.



Rys. 1.2. Pomiar napięć międzyelektrodowych w obszarze dla $M = 64$ elementy

Pomiary wykonywane są dla wszystkich możliwych sposobów podłączenia źródła zasilania do obszaru, w celu zwiększenia liczby informacji o obiekcie oraz poprawy stosunku sygnału do szumu. Po wykonaniu pierwszej serii pomiarów następuje przełączenie układu pobudzającego na elektrody sąsiadujące. Proces ten powtarzany jest sekwencyjnie dla wszystkich możliwych układów połączeń źródła zasilania. Dokonywane jest w ten sposób wielokrotne „prześwietlenie” badanego obiektu. Ze względu na symetrię układu dla $n=16$ elektrod można uzyskać

$n/2 = 8$ niezależnych rozkładów prądowych. Niech każda konfiguracja źródła pobudzającego nosi nazwę **kąta projekcji** (ang. *projection angle*), w takim przypadku całkowita liczba tych kątów przy powyższych założeniach wynosi 8 (rysunku 1.3).



Rys. 1.3. Definicja kątów projekcji

Danymi wejściowymi dla algorytmu konstrukcji obrazu są pomiary napięć dokonane między sąsiednimi elektrodami (rysunku 1.2). Pomiary wykonane na elektrodach z dołączonym źródłem pobudzającym są pomijane ze względu na nieznaną spadku napięcia występujący między tymi elektrodami a badanym obszarem. Dla układu $n = 16$ elektrod oraz dowolnego kąta projekcji można otrzymać $n - 3 = 13$ niezależnych pomiarów. Stąd pełna liczba możliwych do uzyskania niezależnych pomiarów napięć pomiędzy sąsiednimi elektrodami napięciowymi przy $n/2 = 8$ kątach wynosi: $(n - 3)(n/2) = 13 \cdot 8 = 104$. Sposób pomiaru napięć międzyelektrodowych przedstawiony na rysunku 1.2 odpowiada pierwszemu kątowi projekcji. Dla kolejnych kątów następuje sekwencyjne przełączanie obwodu zasilająco-pomiarowego na elektrody sąsiednie.

Wartości potencjałów elektrod zależą od rozptywu prądu wewnątrz obszaru, a tym samym również od rozkładu konduktywności. Algorytm komputerowej rekonstrukcji obrazu poszukuje iteracyjnie takiego rozkładu konduktywności, dla którego obliczone wartości napięć międzyelektrodowych są możliwie najbliższe odpowiednim wartościom pomiarowym.

Wartości początkowe konduktywności w punkcie wyjściowym procesu iteracyjnego są dobierane doświadczalnie, aby otrzymać możliwie najlepszy wynik. Zwykle przyjmuje się rozkład jednorodny tych współczynników.

1.3. Podstawy matematyczne

Fundamentem większości obecnie stosowanych algorytmów rekonstrukcji obrazu w ITK jest równanie:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \quad (1.1)$$

przy założonych warunkach brzegowych Dirichleta (1.2) oraz Neumana (1.3):

$$\varphi = \varphi_b \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad (1.3)$$

Podstawiając do wzoru (1.1) zależność

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E} \quad (1.4)$$

oraz

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi \quad (1.5)$$

otrzymuje się zależność między rozkładem potencjału φ , a rozkładem konduktywności γ w badanym obszarze:

$$\text{div}(\gamma \text{grad } \varphi) = 0 \quad (1.6)$$

Równanie (1.6) wraz z warunkami brzegowymi (1.2) oraz (1.3) nazywa się zagadnieniem prostym pola. Rozwiązanie tego równania prowadzi do wyznaczenia rozkładu funkcji stanu w rozpatrywanym obszarze. Załóżmy, że wektor \mathbf{v} jest wektorem potencjałów zmierzonych na brzegu obszaru, natomiast γ wektorem reprezentującym rozkład elektrycznych parametrów materiałowych wewnątrz obszaru (rozkład konduktywności). Wektory te powiązane są pewną, nieliniową transformacją \mathbf{T} . Macierz tej transformacji określa rozwiązanie równania Laplace'a:

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}(\gamma) \quad (1.7)$$

Przy powyższych założeniach, zadaniem ITK jest wyznaczenie transformacji odwrotnej do transformacji \mathbf{T} , która odwzorowałaby wektor \mathbf{v} na wektor γ :

$$\gamma = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{v} \quad (1.8)$$

Równanie (1.8) nosi również nazwę zagadnienia odwrotnego pola. Na ogół wymiar wektora \mathbf{v} jest co najmniej równy wymiarowi wektora γ , stąd też rozwiązanie tego zagadnienia nie jest rzeczą łatwą.